ASIGNATURA: LÓGICA (57102)
ALUMNO: JESÚS MARÍA MOROTE MENDOZA

LECTURAS DE LÓGICA

LA CONECTIVA *TONK* DE PRIOR Y LOS SISTEMAS DE LA LÓGICA FORMAL

Como indica el profesor Vega en sus notas al artículo "*El bono de tránsito inferencial*", de Arthur Norman Prior, incluido en su libro de lecturas de lógica[1], la introducción por Prior de su conectiva *tonk* puede verse como "*una crítica a unas exposiciones no muy afortunadas de la validez inferencial por parte de algunos autores*" así como a "*toda una manera de explicar el concepto de inferencia válida*".

Luis Vega, en la introducción a las Lecturas califica la nota de Prior como escrito "*que, en apariencia, sólo cuenta con una intención irónica y revulsiva*"[2]. Pero, aunque carezca de la enjundia teórica del resto de las lecturas, lo cierto es que puede tomarse como punto de partida para "visualizar" otras aportaciones teóricas más abstractas. Y eso es lo que voy a intentar en estas páginas: una formalización simbólica de la conectiva *tonk*, que sirva de punto de partida para una discusión sobre las dos posturas que explica el profesor Vega que se han aducido para impugnar la citada conectiva, lo que permitirá apuntar algunas reflexiones sobre los diferentes sistemas lógicos y su utilidad deductiva.

FORMALIZACIÓN DE LA CONECTIVA *TONK*

Tomando como referencia nuestro sistema de Deducción Natural de la lógica de enunciados, con sus ocho reglas de introducción y eliminación de las cuatro conectivas clásicas, podemos intentar definir la conectiva *tonk* de Prior, a la que simbolizaremos por la letra griega τ.

Dice Prior para caracterizar su conectiva: "*(i) de un enunciado cualquiera P podemos inferir cualquier enunciado formado por la unión de P a un enunciado cualquiera Q mediante* tonk". Eso nos permite definir la siguiente regla de introducción de nuestra conectiva:

RIτ

X

X τ Y

[1] Páginas 237-246. Vega Reñón, Luis, "Lecturas de Lógica I", Cuadernos de la UNED, Madrid, 1997.
[2] Página 7. "Lecturas …".

Y añade Prior: "(*ii) de cualquier enunciado* contonktivo *P-tonk-Q podemos inferir el enunciado incluido Q*". O, lo que es lo mismo, esta regla de eliminación de la conectiva:

REτ

$$\frac{X \ \tau \ Y}{Y}$$

Por tanto, desde un punto de vista formal, disponemos de dos reglas sintácticamente correctas. ¿Dónde está, pues, el problema para aceptar τ como una conectiva útil y/o admisible?

LA RÉPLICA DE J.T. STEVENSON[3]

Como explica el profesor Vega en su libro, Stevenson aduce contra τ que no se puede introducir una conectiva sin partir de "las condiciones veritativo-funcionales" que fundan su significado. Veamos esto elaborando las tablas de verdad de la conectiva *tonk*.

Si de un enunciado cualquiera "p" puedo inferir "p τ q", la tabla de verdad de la conectiva sería, de acuerdo con RIτ:

p	**q**	**p τ q**
1	1	1
1	0	1

Puesto que "p τ q" arrojará valor de verdad siempre que lo arroje "p".

Pero si de cualquier enunciado "p τ q" puedo inferir "q", obtengo los siguientes valores veritativos, de acuerdo con REτ:

p τ q	**q**
1	1
1	1

Si unimos las dos tablas veritativas en una sola, obtendremos:

[3] Las réplicas de Stevenson y Belnap al artículo de Prior no están incluidas en el libro "Lecturas …". Por tanto, lo que someto a discusión es la presentación o resumen que hace el profesor Vega de tales réplicas.

p	q	p τ q	q
1	1	1	1
1	0	1	1

Y vemos así la incongruencia veritativo-funcional de la conectiva *tonk*, por cuanto no puede ser que “q” sea falsa y verdadera a la vez (como ocurre en la línea segunda de la tabla). De ahí que no nos sirva la citada conectiva, por estar viciada de incongruencia.

Las conectivas del sistema lógico *standard*, sin embargo, sí son congruentes desde el punto de vista veritativo funcional, como puede verse en los siguientes cuadros, donde la columna central muestra el resultado de conectar “p” y “q” mediante la conectiva correspondiente con sus valores de las dos columnas de la izquierda (RI), y las columnas de la derecha muestran los valores resultantes de la eliminación de la conectiva (RE)[4]:

Disyunción:

p	q	p v q	p→r	q→r	r
1	1	1	1	1	1
1	0	1	1		1
0	1	1		1	1

Condicional:

p	q	p → q	p	q
1	1	1	1	1

Conjunción:

p	q	p ^ q	p	q
1	1	1	1	1

Como se ve, en los tres casos, después de introducir y eliminar la conectiva, los valores de verdad de las proposiciones “p” y “q” no son incongruentes con sus valores veritativos de partida.

[4] Naturalmente, sólo recojo en los cuadros las filas que tienen relevancia tanto para la introducción de la conectiva como para su eliminación.

LA RÉPLICA DE N.D. BELNAP

La réplica de Belnap se basa en una explicación *sintética* de la noción de inferencia válida, esto es, acude al contexto de deducibilidad, a la estructura del sistema. Y, con vistas a preservar la consistencia de éste, toda extensión que se adicione al mismo ha de ser una extensión *conservadora*, que no permita endosar al sistema original ninguna deducción inherente a la extensión que antes de ésta no pudiera obtenerse en dicho sistema. Y ello porque nuestro sistema es completo y, en consecuencia, permite deducir, ya antes de la introducción de la extensión, cualquier tesis del sistema. Si la nueva conectiva permitiera deducir una tesis del sistema que no podía deducirse antes de su introducción, el sistema antes de su extensión no hubiera gozado de compleción. Si con la conectiva nueva se puede deducir una tesis del sistema expandido que no lo era del sistema original, estaríamos hablando de un sistema nuevo y no de una extensión del antiguo.

La deducción que permite la conectiva *tonk* es "X, por consiguiente Y", o sea que, dado cualquier enunciado, de él se puede inferir cualquier otro enunciado. El esquema deductivo, con las reglas de introducción y eliminación que hemos definido en el primer apartado de este trabajo, sería:

1	X	P
2	$X\tau Y$	$RI\tau$ 1
3	Y	$RE\tau$ 2

Ahora bien, ¿podríamos haber realizado tal inferencia en nuestro sistema antes de la introducción de *tonk*? Veámoslo con un árbol semántico:

1 X P .
2 ¬Y (Negación de la conclusión)

El árbol está abierto en su única rama y no hay forma de cerrarlo. Por tanto, con las reglas originales del sistema, la inferencia hecha con *tonk* no es válida. La introducción de τ no es una extensión conservadora de nuestro sistema y, por tanto, es ilegítima.

La conectiva *tonk*, a los efectos del método de árboles semánticos supondría introducir una regla básica nueva, llamémosla ω, que permitiría, al encontrarnos con cualquier enunciado o fórmula, escribir en la misma rama cualquier otro enunciado que quisiéramos. Entonces, podríamos cerrar nuestro árbol:

1	X	P .
2	¬Y	(Negación de la conclusión)
3	Y	ω 1

Y el árbol estaría cerrado en todas sus ramas (en su única rama en este caso). La necesidad de definir una nueva regla para poder cerrar el árbol pone de manifiesto que la conectiva *tonk* no es una extensión conservadora.

DISCUSIÓN DE LA RÉPLICA DE J.T. STEVENSON

La réplica de Stevenson parte, indudablemente, de una presunción: que el sistema en el que Prior introduce su conectiva es un sistema bivalente. Está presuponiendo Stevenson que Prior dice que si es verdad "P", es verdad "Q"; pero no es eso lo que se lee en el artículo de Prior. Éste sólo dice que partimos de un concepto de "inferencia analíticamente válida" puramente formal, que no requiere significado alguno propio para una expresión dada, pero no vincula tal concepto a ningún valor veritativo o tabla de verdad.

Supongamos, dado que nada se opone a ello en la presentación por Prior de *tonk*, que el sistema lógico que estamos utilizando es *monovalente*. Se trataría de establecer un sistema lógico-formal adecuado para una corriente de pensamiento filosófico tan venerable y de tan antigua raigambre como el escepticismo. Sexto Empírico (*Esbozos pirrónicos*, I XXII) nos dice: "*Lo de 'suspendo el juicio' lo tomamos en lugar del 'no puede decir a cuál de las cosas presentes debe darse crédito y a cuál no', dando a entender que las cosas nos aparecen iguales en cuanto a credibilidad y no credibilidad*". Con arreglo a este principio cognoscitivo, todos los enunciados merecen un mismo valor de verdad, al que vamos a llamar ε (por el término griego εποχη, suspensión del juicio). Con tal punto de partida, las tablas veritativas serían:

Para la conectiva *tonk*:

p	**q**	**p τ q**	**q**
ε	ε	ε	ε

Para la conjunción, por ejemplo:

p	**q**	**p ^ q**	**p**	**q**
ε	ε	ε	ε	ε

Con estas tablas de verdad, por tanto, la conectiva *tonk* es tan congruente como pueda serlo la conjunción[5].

DISCUSIÓN DE LA RÉPLICA DE N.D. BELNAP

También se parte aquí de una suposición: que la conectiva *tonk* se introduce como adición a un sistema lógico preexistente, en este caso el sistema de *Principia Mathematica* (sistema PM), sistema del que, con la nueva conectiva, surgiría una nueva *extensión*. Pero lo cierto es que tampoco en este caso se guarda fidelidad al artículo de Prior, en el que no se dice eso. Es verdad, como arguye Belnap, que la conectiva *tonk* no es interdefinible con las conectivas tradicionales, clásicas o *standard*. El sistema PM partía de la negación y la disyunción, y, entonces, la introducción de las restantes conectivas tradicionales (conjunción, condicional y bicondicional), que son interdefinibles con respecto a la disyunción, resultan ser extensiones conservadoras: facilitan la exposición en términos de deducción natural, pero no permiten practicar inferencia o deducción alguna que no pueda realizarse, exclusivamente, en términos de negación y disyunción.

Pero, realmente, de todo eso no se deduce que deba rechazarse la conectiva *tonk* en términos absolutos. Sólo se sigue que la citada conectiva no es admisible como *extensión* del sistema PM, pero eso no significa que deba ser rechazada en cualquier sistema lógico. De hecho, es posible imaginar un sistema lógico que cuente sólo con una conectiva, precisamente la *tonk*. Dentro de tal sistema sería derivable cualquier cosa, como pone de relieve el mismo título del artículo de Prior, *el bono de tránsito inferencial*, un *ticket* que nos permite viajar (en sentido inferencial) desde cualquier punto a cualquier otro. Evidentemente, un tal sistema podría ser tildado de inconsistente, pero en ningún caso de incompleto. Y recordemos que las características de consistencia y compleción pueden ser muy deseables en un sistema lógico, pero su ausencia no reduce a la inexistencia a un sistema carente de tales características.

El sistema PM es consistente y completo, como demostró E.L. Post mediante su *teorema fundamental*[6]. Luis Vega comenta en sus notas a este

[5] Es verdad que puede aducirse: ¿qué clase de tabla de verdad es ésa en la que todo enunciado tiene idéntico valor veritativo? Pero no es menos cierto que el escéptico replicará, con razón: “no puede usted rechazar mi tabla; si lo hace, me estará usted conduciendo, por petición de principio, al típico razonamiento circular según el cual al afirmar que no estoy seguro de nada, ya estoy afirmando que estoy seguro de algo, incurriendo así en contradicción; la única manera de evitar eso es rechazar cualquier valor de verdad o falsedad y, si no admite usted mi tabla, no podrá refutarme porque se hará imposible toda discusión”. En efecto, ¿cómo rebatir a un escéptico partiendo de que existen dos valores, y sólo dos, veritativos, a saber: verdad y falsedad? Eso no sería rebatirlo, sino prejuzgar, desde el principio y axiomáticamente, que está equivocado.

[6] Páginas 325-328 de “Lecturas …”

teorema[7], tras advertir que, en este tratamiento de la consistencia y de la compleción, se distinguen netamente dos dimensiones del sistema, la sintáctica y la semántica, que se dice de un sistema lógico S que es consistente cuando sólo cabe derivar en S proposiciones lógicamente verdaderas. Y que un sistema lógico S es deductivamente completo cuando toda expresión lógicamente verdadera, expresable en el lenguaje de S, es derivable en S. Y concluye Luis Vega que "*el relieve de la consistencia y de la compleción de un sistema lógico estriba en la coincidencia entre las dimensiones sintáctica y semántica de su aparato deductivo: son coextensos los desarrollos y resultados en una y otra dimensión*".

En cambio, un sistema lógico en el que tiene cabida una conectiva como *tonk* sería completo (puesto que toda expresión lógicamente verdadera sería expresable en él), pero no sería consistente (puesto que permitiría derivar proposiciones que no serían lógicamente verdaderas). No existiría en dicho sistema una *coextensión* entre las dimensiones semántica y sintáctica del sistema.

CONCLUSIONES

El artículo de Prior, consigue, pues, lo que persigue. No podemos pensar en serio que se está defendiendo una conectiva como la *tonk*; al contrario, precisamente lo que pretende Prior en su artículo es denunciar ciertas exposiciones teóricas que, haciendo excesivo o exclusivo hincapié en los aspectos sintáctico-formales del sistema, descuidan los aspectos semánticos del mismo, su contenido significante y veritativo. Como dice irónicamente Prior, exposiciones que han desechado "*la vieja idea supersticiosa de que una expresión debe tener algún significado establecido por propia cuenta, antes de que lleguemos a descubrir si las inferencias que la involucran son válidas o inválidas*". No se puede, pues, decir que las réplicas de Stevenson y Belnap desmientan a Prior; antes al contrario, le dan la razón, pues no cabe considerar el texto de éste último sino como una argumentación por reducción al absurdo: partiendo de ese planteamiento de ciertas exposiciones analíticas, llega a un absurdo, la conectiva *tonk*, de la cual, como de todo absurdo, puede resultar cualquier cosa, conforme a la regla *ex falso sequitur quodlibet.*

¿Cómo se ha llegado a una situación como la denunciada por Prior? A ello ha contribuido, sin duda, el peso del sistema de *Principia Mathematica*, con su rigor lógico; pero esta valiosa aportación ha desembocado en una sobrevaloración de los resultados obtenidos, de forma que se ha adoptado un sistema que, por muy útil que sea, no deja de ser un mero *canon* pero que no excluye la existencia de otros posibles sistemas lógicos.

C.I. Lewis, en el artículo que Luis Vega incluye en su libro[8], pone de manifiesto que hay "*un número ilimitado de sistemas lógicos posibles, cada uno*

---

[7] Páginas 357-358 de "Lecturas …"

[8] Páginas 247-271 de "Lecturas ..."

de ellos dispuesto de manera que sea aplicable a efectos deductivos y todas y cada una de sus leyes sean verdaderas. Estos sistemas son alternativos en el sentido de que los conceptos y principios pertenecientes a uno de ellos no pueden por regla general introducirse en otro" y no es posible, mediante criterios estrictamente lógico-formales, decidirse por uno de ellos como sistema canónico. Antes bien "*en nuestra selección consciente o inconsciente de una 'buena lógica' actúan como criterios la suficiencia con vistas a la conducción y control de nuestras deducciones habituales, la simplicidad y conveniencia sistemáticas, la adecuación a nuestras limitaciones psicológicas y a nuestros hábitos mentales, y otros por el estilo. Todo canon de inferencia practicado o asumido tiene que contar con una determinación pragmática*"[9]. El único criterio que puede llevarnos, pues, a decidir qué *canon* resulta más apropiado es sólo el pragmático, el de la aplicación práctica, a lo que no puede ser ajeno, en ningún modo, la materia sobre la que va a ser aplicado el sistema lógico de inferencia. Como su propio nombre indica, el sistema de *Principia Mathematica* está orientado a servir de fundamento lógico-trascendental para el cálculo matemático. Pero ¿resulta igualmente eficaz para otra clase de razonamientos, los no matemáticos?

Prior se refiere al final de su artículo a la conectiva conjunción[10]: lógicos de "*cierto relieve*" (y cita nada menos que a Aristóteles y J.S. Mill) han abrigado dudas acerca de si oraciones conjuntivas expresan una sola proposición. Y no se trata tanto de dudas, pienso yo, como de lo inapropiado de entender que el significado de las conectivas si realizamos una inferencia matemática es el mismo que el significado de la conectiva en un contexto deductivo ético o metafísico.

Pongamos un ejemplo para ver esto con claridad. La 3ª definición que Spinoza expone al comienzo de su *Ethica*, que incluye una conjunción, dice: "*Per substantiam intelligo id quod in se est et per se concipitur hoc est id cujus conceptus non indiget conceptu alterius rei a quo formari debeat*"[11]. Si tuviéramos que formalizar esta definición (excluyendo la aclaración de la parte final) haríamos:

$\Lambda x\ [Sx \rightarrow (Ex \wedge Cx)]$

Donde:

Sx: "x" es una sustancia.

Ex: "x" es en sí.

Cx: "x" se concibe por sí.

Por su parte, la definición 5ª de Euclides dice: "*Una superficie es aquello que sólo tiene longitud y anchura*". Que formalizaríamos (vamos a omitir el "sólo"

9 Páginas 249-250 de "Lecturas …"

10 Página 239 de "Lecturas …"

11 Por sustancia entiendo lo que es en sí y se concibe por sí, esto es cuyo concepto no necesita del concepto de otra cosa desde la cual deba formarse (la traducción es mía).

para buscar un paralelismo más exacto con la definición de Spinoza):

$\Lambda x\ [Sx \rightarrow (Lx \wedge Ax)]$

Donde:

Sx: "x" es una superficie.

Lx: "x" tiene longitud.

Ax: "x" tiene anchura.

Resulta evidente que, pese a la equivalencia formal de ambas definiciones, la metafísica y la geométrica, el significado de la conectiva "y" no es el mismo en ambos casos. En efecto, en la definición euclídea algo (por ejemplo, una línea en el espacio bidimensional) puede tener longitud y no anchura y, viceversa, otra cosa (otra línea en el mismo espacio) puede no tener longitud y sí anchura. Sin embargo, eso no ocurre en la definición de Spinoza, en la que no parece imaginable algo que sea en sí y se conciba por otra cosa, o que se conciba por sí mismo y dependa de otra cosa para ser. Quizá por eso no ha tenido mucha fortuna en la historia de la filosofía el *ordine geometrico* como forma de expresión de la inferencia metafísica. Pero lo que aquí nos interesa es: ¿es correcto formalizar ambas definiciones con la misma conectiva, la conjunción, sin tener en cuenta el distinto valor semántico que el discurso le concede en una u otra frase?

No hubo que esperar mucho desde la aparición de *Principia Mathematica* para ver que la eficacia del sistema PM en el ámbito matemático era de muy difícil extrapolación a otros dominios del conocimiento o del pensamiento humano. Ya Wittgenstein en su *Tractatus* recogía la imposibilidad de hablar con sentido de cuestiones como las de carácter ético. Pero el propio Wittgenstein reconocía la paradoja de que eran precisamente los asuntos que más importaban al hombre los que se hallaban fuera del alcance de la lógica (tal y como él y los demás representantes de la filosofía analítica la entendían): "*6.52 Sentimos que aun cuando todas las posibles cuestiones científicas hayan recibido respuesta, nuestros problemas vitales todavía no se han rozado en lo más mínimo*"[12], resultando así que no se podía hablar de lo más esencial: cuando habíamos subido por una escalera, había que quitarla y arrojarla por inútil.

Ni hay un solo sistema lógico ni el sistema más adecuado para ciertos conocimientos es el más idóneo para otros. Eso obliga a considerar y tener siempre presente, como decía Lewis, el aspecto "pragmático", tener en cuenta la idea de que todo símbolo lógico y todo enunciado tiene un significado propio extralógico (idea ésta que los analíticos habían arrumbado como "vieja superstición", en calificativo de Prior) que, aunque sintácticamente irrelevante, puede ser de gran importancia para el hombre que interpreta. Como acierta a

[12] "Tactatus logico-philosophicus". Cito por la traducción de Jacobo Muñoz e Isidoro Reguera, Alianza Editorial, Madrid, 1997.

resumir Javier Muguerza: "*la sintaxis está hecha para el hombre, no el hombre para la sintaxis*"[13].

Mahón, a 8 de junio de 2007.

[13] Muguerza, Javier. "Desde la perplejidad". Fondo de Cultura Económico, Méjico, 1995. Página 118.